

## Kayıplı Yüzeyle Sahip Kavite Alanları İçin Analitik Çözüm

Oleg A. Tretyakov<sup>1</sup>, Fatih Erden<sup>2</sup>, A. Arda Çoşan<sup>2,3</sup>, Serkan Aksoy<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Karazin Kharkiv National University  
Dept. of Elec. Eng. (Emeritus)  
Kharkiv, Ukraine

<sup>2</sup>Milli Savunma Üniversitesi Deniz Harp Okulu  
Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Tuzla, İstanbul

<sup>3</sup>Gebze Teknik Üniversitesi  
Elektronik Müh. Bölümü  
Gebze, Kocaeli

o.tretyakov@gmail.com, ferden@dho.edu.tr, acosan@dho.edu.tr, saksoy@gtu.edu.tr

**Özet:** Bu çalışmada  $V$  hacmine sahip ve yüzeylerinden biri kayıplı, diğerleri mükemmel iletken olan yüzeylerle çevrelenmiş bir kavite içerisindeki elektromanyetik osilasyonlar SI birim sisteminde yeniden yazılan Maxwell denklemlerinden ve kayıplı yüzeyde Leontovich sınır koşullarından faydalanarak incelenmiştir. Kavite alanlarına ilişkin başlangıç sınır değer problemi nedensellik şartı altında analitik olarak çözülmüştür.

**Abstract:** In this study, electromagnetic oscillations are investigated in a cavity with volume  $V$ , and surrounded by both lossy and perfectly electric conducting surfaces. Evolutionary equations are obtained for the fields with making use of the novel format of Maxwell's equations and applying the Leontovich boundary conditions on the lossy surface. The Initial Boundary Value Problem for the cavity fields are solved analytically under the condition of causality.

### 1. Giriş

Mikrodalga rezonans kavite iticilerine ilişkin yapılmakta olan deneysel çalışmaların çokluğuna karşın, EMDrive geometrisinde elektromanyetik dalgalar ile elde edilen mekanik itki henüz tam olarak bir fiziksel temele dayandırılmamıştır [1], [2]. Söz konusu itkinin sebeplerini açıklayabilmeye yönelik olarak, kavite içerisindeki elektromanyetik alanların ve bu alanlara ilişkin enerjik ve mekanik özelliklerin analitik olarak çalışılması güncel bir araştırma konusudur [3]-[12].

Bu çalışmada,  $V$  hacmine sahip,  $S_1$  kayıplı yüzey,  $S_2$  mükemmel iletken yüzey olmak üzere  $S = S_1 + S_2$  kapalı yüzeyi ile çevrelenmiş bir kavitedeki alanların mikrodalga rezonans kavite iticileri probleminde hazırlık olarak incelenmesi hedeflenmiştir.

Maxwell denklemleri, SI birim sisteminde [13] daha önce yeni bir formda önerilmiştir [14]-[18]. Bu bildiriye, yeni formda önerilen Maxwell denklemlerinden ve kayıplı kavite yüzeyi için Leontovich sınır koşullarından faydalanılarak kavite alanları için başlangıç sınır değer problemi çözülmüştür.  $t = 0$  anından itibaren  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$  akımı ile uyarılan elektromanyetik alanlara ilişkin analitik çözüm sunulmuştur.

### 2. Başlangıç Sınır Değer Problemi İçin Yeni Formda Maxwell Denklemleri

SI birim sisteminde yeni bir formda sunulmuş olan Maxwell denklemleri, bu çalışmada temel rol üstlenmektedir. Maxwell denklemleri SI birim sisteminde

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu_0 \partial_t \mathbf{H}(\mathbf{r}, t), \quad \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \partial_t \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

şeklinde yazılırken, yeni tanımlanan  $\varepsilon_0^V$  ve  $\mu_0^A$  sabitleri ile elektrik ve manyetik alan vektörlerinin ölçeklendirilmesi sonucu yeni formda Maxwell denklemleri

$$-\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \partial_{ct} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t), \quad \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \partial_{ct} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \quad (2)$$

şeklinde önerilmiştir. Burada,  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$  akım yoğunluğu, kavite içerisindeki alanları uyarıcı akımın ölçeklendirilmiş formudur. Ele alınan problemde kavitenin  $S$  yüzeyinin  $S = S_1 + S_2$  olarak iki parçadan oluştuğu dikkate alınmış ve yüzeyin kayıplı olan  $S_1$  parçasında Leontovich sınır koşulları [19]

$$\left[ \mathbf{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \right] = \alpha \mathbf{l} \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{r} \in S_1 \quad (3)$$

uygulanmıştır. Burada  $\alpha = \zeta\rho$  yeni kayıp parametresi olup,  $\rho = \mu_0^A / \varepsilon_0^V = \sqrt{\varepsilon_0 / \mu_0} = 2.654 \times 10^{-3}$  değerinde oldukça küçük bir sayıdır [20], [21]. Yüzeyin mükemmel elektrik iletken olan  $S_2$  parçasında ise

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad \mathbf{r} \in S_2 \quad (4)$$

sınır koşulları geçerlidir. Başlangıç koşulları da  $t = 0$  anında

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \Big|_{t=0} = 0, \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \Big|_{t=0} = 0, \quad \mathbf{r} \in V \quad (5)$$

olarak tanımlanmıştır.

### 3. Modal Baz ve Modal Alan İfadelerinin Elde Edilmesi ve Evrimsel Denklemler

Modal baz, alanların zamanda harmonik olduğu varsayımını yapmadan Hilbert uzayında

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}_n &= -ik_n \mathbf{E}_n, & \nabla \cdot \mathbf{H}_n &= 0, & \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_n \Big|_S &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E}_n &= ik_n \mathbf{H}_n, & \nabla \cdot \mathbf{E}_n &= 0, & \mathbf{n} \times \mathbf{E}_n \Big|_S &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

sınır değer problemi formunda tanımlanmıştır. Burada  $k_n$  özdeğerleri gerçek değerlidir ve  $[1/m]$  fiziksel boyutuna sahiptirler. İlgilenilen kavite alanları, modal alan ifadeleri ile

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n'=1}^{\infty} e_{n'}(t) \mathbf{E}_{n'}(\mathbf{r}), \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n'=1}^{\infty} h_{n'}(t) \mathbf{H}_{n'}(\mathbf{r}) \quad (7)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\mathbf{E}_{n'}$  ve  $\mathbf{H}_{n'}$  vektörlerinin fiziksel boyutları  $[1/m]$  iken  $e_{n'}$  ve  $h_{n'}$  modal genlikleri ise boyutsuz büyüklüklere sahiptir.

Denklem (2)'deki akım yoğunluğu  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ , kavitedeki alan osilasyonlarını oluşturan akım ifadesidir ve  $\mathbf{J} = j(t) \mathbf{I}(\mathbf{r})$  şeklinde ifade edilebilir. Burada  $j(t)$ , verilen sinyaldir.  $\mathbf{I}$  vektörü ise, akımı  $V$  hacimli kavite içerisine veren kaynağın konfigürasyonu ve konumunu ifade eder:

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}) = \sum_{n'=1}^{\infty} g_{n'} k_{n'} \mathbf{E}_{n'}(\mathbf{r}). \quad (8)$$

Maxwell denklemleri (2)'nin modal baz elemanlarına izdüşümü ile;

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{d\tau} e_n(\tau) + ih_n(\tau) &= -j(\tau) g_n \\ \frac{d}{d\tau} h_n(\tau) + 2\beta_n h_n(\tau) + ie_n(\tau) &= -\alpha I_n(\tau), \quad e_n(\tau) \Big|_{\tau=0} = 0, \quad h_n(\tau) \Big|_{\tau=0} = 0 \end{aligned} \right. \quad (9)$$

şeklinde evrimsel denklemler elde edilir ( $n=1, 2, \dots$ ). Denklem notasyonlarını sadeleştirmek amacıyla  $\tau = k_n ct$ ,  $\beta_n = \alpha \gamma_n$  notasyonları kullanılarak

$$\gamma_n = \frac{1}{S} \int_{S_1} \mathbf{H}_n \cdot \mathbf{H}_n^* dS, \quad I_n'(\tau) = \sum_{n' \neq n} h_{n'}'(\tau) (k_{n'} / k_n) \gamma_{n'n}, \quad \gamma_{n'n} = \frac{1}{S} \int_{S_1} \mathbf{H}_{n'} \cdot \mathbf{H}_n^* dS, \quad n = 1, 2, \dots \quad (10)$$

kısaltmaları yapılmıştır.

### 5. Ardışık Yer Değiştirme Yöntemi ve Alan İfadeleri İçin Analitik Çözüm

Ardışık yer değiştirme yönteminin denklem (9)'da görülen probleme uygulanması ile  $e_n$  ve  $h_n$  modal genlikleri ilgili Cauchy probleminin matris eksponansiyel yöntemi kullanılarak analitik olarak çözülmesi ile elde edilebilir [17], [20]-[21]. Çözümler sonucunda gerçek değerli  $e_n$  ve  $h_n$  genlik ifadeleri

$$e_n(\tau) = -g_n \left[ A_n \frac{\cos(\tau\eta_n - \theta_n)}{\cos(\theta_n)} + B_n \frac{\sin(\tau\eta_n)}{\cos(\theta_n)} \right], \quad h_n(\tau) = -g_n \left[ A_n \frac{\sin(\tau\eta_n)}{\cos(\theta_n)} - B_n \frac{\cos(\tau\eta_n + \theta_n)}{\cos(\theta_n)} \right] \quad (11)$$

şeklinde elde edilir.

## 6. Sonuç

Denklem (7) ve denklem (11)'de elde edilmiş olan analitik çözümler,  $\tau=0$  başlangıç koşullarını sağlar ve modal alanların genliklerinin gözlem zamanı  $\tau$ 'ya kadar olan zaman içinde değişimlerini gösterir.

Söz konusu kavite yüzeyi  $S$ 'in değişik durumlarına göre değişik sonuçlar elde edilebilir.  $S_1 = 0$  durumunda, tüm kavite yüzeyi mükemmel iletkenidir ve tüm yüzeylerde denklem (4)'teki sınır koşulları geçerli olur.  $S_2 = 0$  durumunda, bütün yüzeyler kayıplıdır ve tüm yüzeylerde Leontovich sınır koşulları (denklem (3)) geçerlidir. Üçüncü durum, iki farklı yüzeyin  $S = S_1 + S_2$  olarak bir arada bulunduğu durumdur. Böylesi bir konfigürasyona sahip kavite alanlarına ilişkin olarak elde edilecek enerjik ve mekanik özelliklere ait sonuçların, EMDrive probleminin özel geometrisine uygulanabileceği ve önemli sonuçlar elde edilebileceği öngörülmektedir.

## Teşekkür

Bu çalışma TÜBİTAK tarafından 120E390 numaralı 1002 Hızlı Destek Projesi kapsamında desteklenmektedir.

## Kaynaklar

- [1]. White H. vd., "Measurement of impulsive thrust from a closed radio-frequency cavity in vacuum", Journal of Propulsion and Power, cilt.9 no.4, s.830-841, 2017.
- [2]. The EmDrive, <<http://www.EMDrive.com>>.
- [3]. Erden F. ve Tretyakov O. A., "Solenoidal Eşlenmiş Dejenere Kavite Modlarının Zaman Domeni Salımları", URSI-TR 2004, Ankara, Turkey, s.204-206, Eylül 2004. [www.ursi.org.tr/2004\\_kongre/BU56.PDF](http://www.ursi.org.tr/2004_kongre/BU56.PDF)
- [4]. Erden F., Biçer Ü. ve Tretyakov O. A., "Kavite İçerisinde Bir Sinyal Tarafından Uyarılan Solenoidal ve İrotasyonel Modal Alanların Evrimi", SİU-2016, 16-19 Mayıs 2016, Zonguldak, Turkey.
- [5]. Erden F., Çoşan A. A. ve Tretyakov O. A., "Kayıplı Dalga Kılavuzunda TM- Modlarının Zaman Uzayı Enerji Özellikleri", Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı (SİU-2017), Antalya, Türkiye, 15-18 Mayıs 2017.
- [6]. Erden F. ve Tretyakov O. A., "Mechanical properties of the waveguide modal fields in the time domain", PIERS-2017, St Petersburg, Rusya, 2017.
- [7]. Erden F., "Evolutionary approach to solve a novel time-domain cavity problem," IEEE Trans. Antennas Propag., cilt.65, s.5918-5931, 2017.
- [8]. Erden F., Çoşan A. A. ve Tretyakov O. A., "Kayıpsız Dalga Kılavuzunda TE- Modlarının Kütleli Özellikleri", Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı (SİU-2018), İzmir, Türkiye, 2-5 Mayıs 2018.
- [9]. Erden F. ve Tretyakov O. A., "Electromagnetic inertia of the waveguide modes", URSI AT-RASC, Gran Canaria, İspanya, 2018.
- [10]. Erden F., Tretyakov O. A. ve Çoşan A. A., "Inertial properties of the TE waveguide fields", PIER M, cilt.68, s.11-19, 2018.
- [11]. Çoşan A. A., Erden F. ve Tretyakov O. A., "Dalga Kılavuzu Alanlarının Zaman-Uzayı Enerji Özelliklerinin Türetilmesi", Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, cilt.34 no.1, s.327-338, 2019.
- [12]. Tretyakov O. A., Erden F. ve Çoşan A. A. "An analytical electro-magneto-mechanical study of resonant cavities", 14th World Congress on Computational Mechanics (WCCM), Ocak 2021, Paris, Fransa.
- [13]. Newell, D.B. ve Tiesinga, E., "The International System of Units (SI)", Gaithersburg, MD: US National Institute of Standards and Technology (NIST) Special Publication 330, 2019.
- [14]. Tretyakov O. A., "Factorizing physical dimensions of the quantities ingressed in Maxwell's equations in SI units", PIERS-2017, St Petersburg, Rusya, 2017.
- [15]. Tretyakov O. A., "Innovating SI units in Maxwell's equations. Evolutionary approach to electrodynamics as an alternative to the time-harmonic field concept", URSI AT-RASC, Gran Canaria, İspanya, 2018.
- [16]. Çoşan A. A., Erden F. ve Tretyakov O. A., "Zaman Uzayında Maxwell Denklemleri İçin Yeni Bir Form," URSI-TR 2018, Konya, Türkiye, 6-8 Eylül 2018. DOI: 10.13140/RG.2.2.34712.21763
- [17]. Tretyakov O.A., Butrym O. ve Erden F., "Innovative tools for SI units in solving various problems of electrodynamics", in Advances in Mathematical Methods for Electromagnetics, Kobayashi K., Smith P., Eds., London: IET, 2021.
- [18]. Tretyakov O. A. ve Erden F., "A novel simple format of Maxwell's equations in SI units," IEEE Access, 2021. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3089673
- [19] Toptygin I.N., Electromagnetic Phenomena in Matter: Statistical and Quantum Approaches, Weinheim: Wiley-VCH, 2015.
- [20]. Erden F., "Free oscillations in cavities with metallic surfaces", International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 9-13 Ağustos 2021, Honolulu, ABD.
- [21]. Erden F., "Causal Oscillations in Cavities with Metallic Surfaces", URSI Radio Science Letters, 2021. (accepted)