

Hareketli Bir Küreye İlişkin Enerji Dağılımı ve Saçılma Katsayısı

Utku Can Koç^{1,2}, Erkul Başaran³, H. Arda Ülkü², Ali Alkumru²

¹ASELSAN Radar Elektronik Harp Sistemleri Sektör Başkanlığı
Elektronik Harp Sistem Mühendisliği Direktörlüğü
Ankara
uckoc@aselsan.com.tr,

²Gebze Teknik Üniversitesi
Elektronik Mühendisliği Bölümü
Kocaeli
haulku@gtu.edu.tr, alkumru@gtu.edu.tr,

³Piri Reis Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
İstanbul
ebasaran@pirireis.edu.tr

Özet: Bu çalışmanın amacı düzgün doğrusal hareket halinde olan bir dielektrik kürenin düzlemsel dalga ile aydınlatılması durumunda neden olduğu enerji dağılımının ve buna bağlı olarak tanımlanmış olan saçılma katsayısının belirlenmesidir. Bu bağlamda, elektromagnetik alanların izafiliği uyarınca, ilk olarak hareketli kürenin durgun olarak algılandığı bir Galileo referans sistemi içinde gözlenen saçılan alanlar Debye potansiyelleri yardımıyla elde edilecek ve daha sonra Lorentz ve alan dönüşümleri aracılığıyla kürenin sabit hızla hareket halinde olduğu Galileo referans sistemine aktarılıp, bu son sisteme göre ortaya çıkacak olan enerji dağılımları ve saçılma katsayısı belirlenmeye çalışılacaktır.

Abstract: The aim of this work is to determine the energy pattern and the scattering coefficient related to a dielectric sphere, which moves with a constant velocity under a plane wave excitation. For this purpose, according to the special relativity for the electromagnetic fields, firstly, the explicit expressions of scattered fields will be obtained in a frame where the sphere is observed motionless and then, they will be transformed using the Lorentz and field transformations to another frame, where the sphere is observed making a rectilinear motion. The energy pattern and the scattering coefficient for a moving dielectric sphere will be determined in the latter frame.

1. Giriş

Özel rölativite (görecelilik) teorisi uyarınca, farklı Galileo referans sistemlerine bağlı gözlemler tarafından incelenen belirli bir fiziksel olaya ilişkin büyüklüklerin yapıları, genel olarak, birbirinden farklıdır. Bunlara ilk örnek olarak özellikle iletişim, radar teknikleri vb. önemli mühendislik uygulamalarında ortaya çıkan, frekans (Doppler etkisi) ve yayılma yönü (sapma etkisi) değişimleri verilebilir [1-2]. Bu çalışmalarda, düzlemsel elektromanyetik dalganın hareketli bir iletken yüzeyden yansması detaylı olarak incelenmiştir. Daha sonraları ise hareket halinde bulunan özellikle izotropik, anizotropik veya dispersif yapıdaki yarım uzaylardan yansıma ve kırılma olayları dikkatle incelenmiş ve bunlara ilişkin bazı ilginç ve önemli özellikler ortaya çıkarılmıştır [3]. Bu çalışmada ele alınan geometriye birebir benzerlik gösteren birçok araştırma açık literatürde yer almakta olup en güncel olanı ise [4] ile sunulmuştur. Son olarak da yukarıda sıralanan geometrilere göre daha karmaşık yapıda olan ve bir takım keskin ayrıtlar içeren kama ile yarım-düzlem gibi hareketli yapılardan kırınım olayları detaylıca incelenmiştir [5-6]. Yukarıda bahsedilen tüm bu araştırmalarda esas itibarıyla saçıcının hareketinin yansıyan, kırılan veya kırınan alan bileşenleri üzerindeki etkisi üzerine odaklanılmış olup hızın söz konusu bu saçıcı tarafından alınan ve iletilen enerjiler arasındaki etkisine ise değinilmemiştir. Hareketli cisimler halinde ortaya çıkan enerjiler üzerine olan çalışmalar kısıtlı sayıdadır [7-8].

Bu çalışmanın amacı yukarıda bahsi geçen literatürdeki eksikliği bir nebze olsun gidermek için [8]'deki yöntemden esinlenerek, düzlemsel bir dalga ile aydınlatılmış, sabit bir hızla doğrusal hareket yapan ve dielektrik sabiti ϵ_1 , magnetik geçirgenliği μ_1 , iletkenliği σ_1 sabit büyüklükleriyle gösterilen a yarıçaplı bir dielektrik kürenin neden olduğu ve aşağıdaki bağıntı ile tanımlı Saçılma Katsayısı (SK)'nın açık ifadesini elde etmektir:

$$\sigma_s = \text{Ortalama} \left\{ \int_{\Sigma} \vec{P}^s \cdot \vec{n} dS \right\} / \text{Ortalama} \left\{ \int_{\Sigma_i} \vec{P}^i \cdot (-\vec{n}) dS \right\} \quad (1)$$

2. Problemin Formülasyonu

Önceki bölümde bahsi geçen a yarıçaplı dielektrik küre boşlukta bir $K = K(x, y, z; t)$ Galileo referans sisteminin $+z$ eksenini boyunca sabit $\vec{v} = v\vec{e}_z$ hızıyla bir doğrusal hareket yapmakta ve aynı referans sisteminde uyarılmış olan elektrik ve magnetik alanları sırasıyla, $\vec{E}^i(x, y, z; t) = E_0 \cos(kz - \omega t)\vec{e}_x$ ve $\vec{H}^i(x, y, z; t) = (E_0 / Z_0) \cos(kz - \omega t)\vec{e}_y$ olan bir düzlemsel dalga ile de aydınlatılmış olsun. $\gamma = (1 - v^2 / c_0^2)^{-1/2}$ ve $\beta = (v / c_0)$ olmak üzere [1]'de verilen Lorentz ve alan dönüşümleri yardımıyla, yukarıdaki düzlemsel dalga K 'ya göre $+z$ eksenini boyunca $\vec{v} = v\vec{e}_z$ hızıyla kayan bir $K' = K'(x', y', z'; t')$ Galileo referans sisteminde

$$\vec{E}^{ii}(x', y', z'; t') = \gamma\beta E_0 \cos[\gamma\beta(kz' - \omega t')]\vec{e}_x \text{ ve } \vec{H}^{ii}(x', y', z'; t') = \gamma\beta(E_0 / Z_0) \cos[\gamma\beta(kz' - \omega t')]\vec{e}_y \quad (2)$$

şeklini alır ve K' 'ye göre artık hareketsiz olan a yarıçaplı dielektrik küreyi aydınlatan yeni bir düzlemsel dalga olur. Bu durumda K' referans sisteminde a yarıçaplı dielektrik küreden saçılan alanları belirlemek amacıyla önce her biri Helmholtz denklemini sağlayan Π_M ve Π_E Debye potansiyelleri dielektrik bir küre yüzeyi üzerinde sağlanması gereken klasik sınır koşulları aracılığıyla belirlenecek olursa, K' referans sisteminde tanımlı (r', θ', ϕ') küresel koordinatlar cinsinden kürenin dışı olan $r' > a$ bölgesinde

$$a_n = E_0 \varepsilon_0 c_0 \gamma \beta \frac{i^n (2n+1)}{n(n+1)} \frac{\left\{ \varepsilon_1 j_n(\tilde{k}'a) \left[j_n(k'a) + k'aj_n'(k'a) \right] - \varepsilon_0 j_n(k'a) \left[j_n(\tilde{k}'a) + \tilde{k}'aj_n'(\tilde{k}'a) \right] \right\}}{\left\{ \varepsilon_0 h_n^{(1)}(k'a) \left[j_n(\tilde{k}'a) + \tilde{k}'aj_n'(\tilde{k}'a) \right] - \varepsilon_1 j_n(\tilde{k}'a) \left[h_n^{(1)}(k'a) + k'ah_n^{(1)'}(k'a) \right] \right\}}, \quad (3)$$

$$b_n = -\frac{E_0}{Z_0} \mu_0 c_0 \gamma \beta \frac{i^n (2n+1)}{n(n+1)} \frac{\left[\mu_1 j_n(\tilde{k}'a) \left[j_n(k'a) + k'aj_n'(k'a) \right] - \mu_0 j_n(k'a) \left[j_n(\tilde{k}'a) + \tilde{k}'aj_n'(\tilde{k}'a) \right] \right]}{\left\{ \mu_0 h_n^{(1)}(k'a) \left[j_n(\tilde{k}'a) + \tilde{k}'aj_n'(\tilde{k}'a) \right] - \mu_1 j_n(\tilde{k}'a) \left[h_n^{(1)}(k'a) + k'ah_n^{(1)'}(k'a) \right] \right\}} \quad (4)$$

olmak üzere

$$\Pi_E = \cos(\phi') \sum_{n=1}^{\infty} a_n h_n^{(1)}(k'r') P_n^{(1)}(\cos \theta'), \quad \Pi_M = \sin(\phi') \sum_{n=1}^{\infty} b_n h_n^{(1)}(k'r') P_n^{(1)}(\cos \theta') \quad (5)$$

şeklinde elde edilirler. Yukarıdaki bağıntılarda $j_n(\cdot)$, $h_n^{(1)}(\cdot)$ ve $P_n^{(1)}(\cdot)$ büyüklükleri sırasıyla, küresel Bessel ve küresel Henkel fonksiyonları ile Assosiyat Legendre polinomudur. Ayrıca $\omega' = \gamma\beta\omega$ olmak üzere $k' = \omega' \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ ve $\tilde{k}' = \omega' \sqrt{(\varepsilon_1 + i\sigma_1 / \omega') \mu_1}$ ise gene sırasıyla kürenin dışında ve içindeki bölgelere ilişkin dalga sayılarıdır. (5)'te verilen Debye potansiyelleri aracılığıyla kürenin dışındaki saçılan alanlar

$$\vec{E}' = \text{rot}'(\Pi_M \vec{r}') + \frac{i}{\omega \varepsilon} \text{rot}' \text{rot}'(\Pi_E \vec{r}'), \quad \vec{H}' = \text{rot}'(\Pi_E \vec{r}') - \frac{i}{\omega \mu} \text{rot}' \text{rot}'(\Pi_M \vec{r}') \quad (6)$$

bağıntılarıyla belirlenirler. (6) ile K' sisteminde elde edilmiş alanlar, görecelik uyarınca, v yerine $-v$ ve ayrıca $x \leftrightarrow x'$, $y \leftrightarrow y'$, $z \leftrightarrow z'$, $t \leftrightarrow t'$, $\vec{E}' \leftrightarrow \vec{E}$ ve $\vec{H}' \leftrightarrow \vec{H}$ konarak elde edilen yeni dönüşümlerde dikkate alınacak olursa K 'daki bir gözlemciye göre irdelenen alanlar belirlenmiş olur. Yukarıda bahsi geçen yeni dönüşümler aracılığıyla ile, K' 'deki bir gözlemci için $r' = (x'^2 + y'^2 + z'^2)^{1/2} = a$ denklemiyle ifade edilen ve hareketsiz olan dielektrik kürenin K 'daki gözlemciye göre pozitif z eksenini boyunca v hızıyla hareket eden ve $x^2 + y^2 + \gamma^2(z - vt)^2 = a^2$ eşitliği ile tanımlanan $M(0, 0, vt)$ merkezli bir yassı küre (spheroid) olarak gözlemlendiği kolayca görülür. K referans sisteminde hareketli yassı kürenin dışında oluşan \vec{E} ve \vec{H} alanlarının söz konusu yassı küreyi içine alan $x^2 + y^2 + \gamma^2(z - vt)^2 = (L^2 / k'^2)$ ile tanımlı bir S yüzeyinden geçirdiği akı $L \rightarrow \infty$ limit hal için

$$\vec{W} = \frac{1}{T''} \int_0^{T''} W(t) dt = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \int_S \left[\vec{E}(\theta, \phi, z) \times \vec{H}^*(\theta, \phi, z) \right] \cdot \vec{n} dS \right\} \quad (7)$$

integral bağıntısı ile hesaplanır. Bu son eşitlikte $T'' = (2\pi / \omega)(1 + v / c_0)$,

$$\alpha(\theta) = \sqrt{1 - (v^2 / c_0^2) \sin^2 \theta}, \quad \vec{n} = \frac{1}{\alpha(\theta)} \left[\frac{\sin \theta}{\gamma} (\cos \phi \vec{e}_x + \sin \phi \vec{e}_y) + \cos \theta \vec{e}_z \right], \quad dS = \frac{L^2}{k'^2} \sin \theta \alpha(\theta) d\phi d\theta \quad (8)$$

ile tanımlı büyüklüklerdir. Buna ek olarak yukarıda açık ifadeleri verilmiş olan $\vec{E}^i(x, y, z; t)$ ve $\vec{H}^i(x, y, z; t)$ gelen alanlarının $+z$ eksenini boyunca sabit v hızıyla hareket eden bir yassı küre yüzeyini aydınlattığı kısmı olan bir \tilde{S}_i yüzeyi üzerine taşıdığı güce ilişkin ortalama değer $\vec{E}^i(x, y, z) = E_0 e^{ikz} \vec{e}_x$, $\vec{H}^i(x, y, z) = (E_0 / Z_0) e^{ikz} \vec{e}_y$, $d\tilde{S}_i = a^2 \sin \theta \alpha(\theta) d\phi d\theta$ olmak üzere

$$\vec{W}^i = - \int_{\tilde{S}_i} \text{Re} \left\{ \left(\vec{E}^i(x, y, z) \times \vec{H}^{i*}(x, y, z) \right) \right\} \cdot \vec{n} d\tilde{S}_i = -a^2 \frac{E_0^2}{2Z_0} \int_{\theta=\pi/2}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \sin(2\theta) d\phi d\theta = \pi a^2 \frac{E_0^2}{Z_0} \quad (9)$$

şeklinde hesaplanır. Bu durumda σ_s (SK) ise (1)'den hareketle

$$\sigma_s = \frac{\bar{W}}{\bar{W}^i} = \frac{Z_0}{\pi a^2 E_0^2} \bar{W} \quad (10)$$

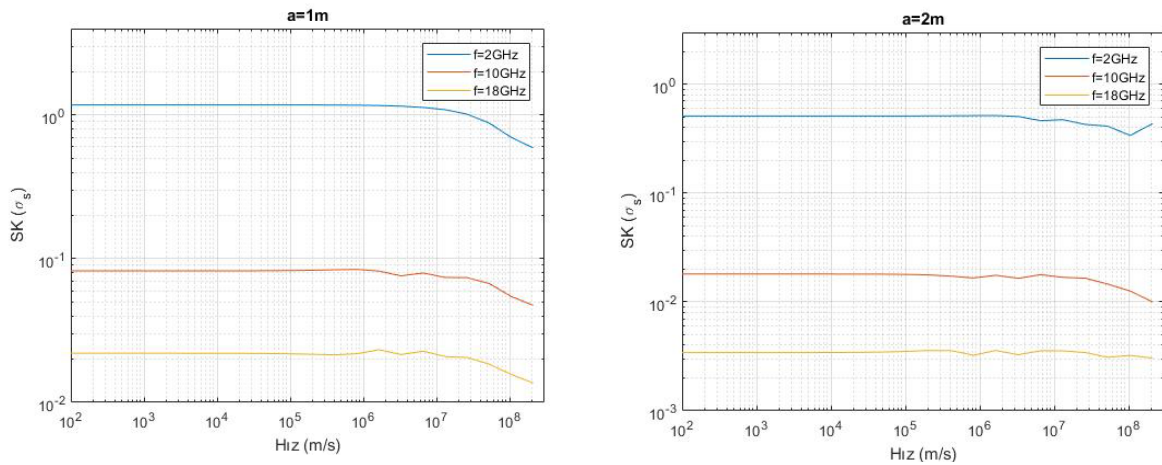
bağıntısı ile tanımlanmış olur.

3. Sayısal Uygulamalar ve Sonuçlar

Bu bölümde hareketli dielektrik kürenin bazı a yarıçap ve gelen düzlemsel dalğanın belli f frekansları için (10) bağıntısı ile elde edilen saçılma katsayısının (σ_s) kürenin hızı v ile değişimi incelenmiştir. Bu uygulamalarda $E_0 = 1$ V/m, $\epsilon_1 = 5\epsilon_0$, $\mu_1 = \mu_0$, $\sigma_1 = 10^6$ (Ωm)⁻¹ ve $Z_0 = 120\pi$ Ω değerlerinde alınmış ve (7)'deki çift katlı integral nümerik olarak değerlendirilmiştir. Şekil 1'den gözlemlendiği üzere hareketli iletken kürenin a yarıçapı belli bir değerde sabit tutulduğunda gelen dalğanın frekansının artması sonucunda σ_s değerinde bir azalma olduğu görülmektedir. Bu durum, dalga boyunda meydana gelen azalmanın malzemenin saçıcılık özelliğinde de azalmaya sebep olmasından ileri gelmektedir. Bunun yanı sıra gene aynı şekillerden hareketli iletken küre belli bir frekansta aydınlatılırken söz konusu kürenin yarıçapı büyüdükçe σ_s değerinin azalmakta olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır. Bu durum her ne kadar geometrinin büyümesiyle bir terslik gösteriyor gibi dursa da σ_s 'nin (10) ile verilen ifadesinde yer alan ve saçıcının aydınlatılmış kısmına gelen enerjiyi ifade eden \bar{W}^i 'nin küreden saçılan \bar{W} 'den daha baskın olmasından kaynaklanmaktadır. Ayrıca σ_s 'nin saçıcının hızı ile değişimi beklendiği gibi v arttıkça azalmaktadır. Bunun ana nedeni kürenin hareket yönü ile küreyi aydınlatan gelen dalğanın yayılma yönünün aynı olmasıdır. Gelen dalga $c_0 = 3 \times 10^8$ m/s hızla hareket ettiği için hareketli kürenin hızı bu değerlere yaklaştıkça dalga ile etkileşimi azalmakta ve bunun doğal bir sonucu olarak da küreden saçılan enerji azalmaktadır.

Kaynaklar

- [1] Kong J. A., Electromagnetic Wave Theory. 2nd edition, Wiley-Interscience, New York, 1990.
- [2] Censor D., "Theory of the Doppler effect: fact, fiction and approximation," Radio Sci., cilt.19, s.1027-1040, 1984.
- [3] Lee S. W. ve Lo Y. T., "Reflection and transmission of electromagnetic waves by a moving uniaxially anisotropic medium," J. of Appl. Phys., cilt.38, s.870-875, 1967.
- [4] Radpour H., Pourziad A. ve Sarabandi K., "Four-dimensional relativistic scattering of electromagnetic waves from an arbitrary collection of moving lossy dielectric spheres," IET Microw. Antenna. P., cilt.15 no.2, s.180-191, 2021.
- [5] De Cupis P., Burghignoli P., Gerosa G. ve Marziale M., "Electromagnetic wave scattering by a perfectly conducting wedge in uniform translational motion," J. Electromagnetic Waves & App., cilt.16, s.345-364, 2002.
- [6] Idemen M. ve Alkumru A., "Relativistic scattering of a plane-wave by a uniformly moving half-plane," IEEE Trans. on Antennas and Propag., cilt.54 no.11, s.3429-3440, 2006.
- [7] Idemen, M. ve Alkumru A., "Influence of the velocity on the energy patterns of moving scatterers," J. Electromagnetic Waves & App., cilt.18, s.3-22, 2004.
- [8] Mizrahi, E. ve Melamed T., "Plane wave scattering by a moving PEC circular cylinder," IEEE Trans. on Antennas and Propag., cilt.66 no.7, s.3623-3630, 2018.



Şekil 1. Farklı yarıçap ve frekans değerlerine ilişkin SK (σ_s)'nın v hızı ile olan değişimi.