

Monte Carlo İntegrasyon Metodu ile Çok Şeritli Geometriden Saçınım Probleminin İncelenmesi

Fadıl KUYUCUOĞLU*, Ahmet AYDOĞAN

* Manisa Celal Bayar Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Manisa
fadil.kuyucuoglu@cbu.edu.tr

İzmir Bakırçay Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
İzmir
ahmet.aydogan@bakircay.edu.tr

Özet: Bu çalışmada, sonsuz uzun, çoklu şerit geometriden saçınım problemi için etkili ve hızlı bir yöntem incelenmiştir. Şeritler, z ekseninde sonsuz uzunlukta ve çok ince geometriye sahip olup mükemmel iletkenlerdir. E polarize bir düzlem dalga ile aydınlatılan geometride indüklenen akım yoğunlukları, Moment Metodu ile elde edilmiştir. İntegral ifadeleri Monte Carlo İntegrasyon tekniği ile hesaplanmıştır. Öncelikle problem geometrisi ayrıklaştırılmış, Moment metodu ile integral denklemleri matris denklemlerine dönüştürülmüştür. Ardından, matris elemanlarındaki integral ifadesi Monte Carlo İntegrasyon yöntemi ile hesaplanmıştır. Böylece, integral hesaplarındaki tekillik sorunu ortadan kaldırılmış ve kısa sürede hesaplama başarılmıştır. Büyük geometrilere de uygulanabilecek bu yöntem ile hızlı, yüksek performanslı hesaplamalar yapılabilmektedir.

Abstract: An efficient and fast method is examined for the scattering from an infinitely long multi-strip geometry. Strips are infinitely long in the z -direction with a very thin thickness and exhibit perfectly conducting behavior. Current densities and integrals are performed via Moments Method and Monte Carlo integration technique, respectively. The problem geometry is discretized, integral equations are converted into matrix equations via Moments Method while the integrals are calculated via Monte Carlo integration technique so that, the singularity problem is handled and fast computation is achieved. Calculations can be performed with high performance for electrically large scatterers using the presented method.

1. Giriş

Elektromanyetik saçınım problemi, elektromanyetik alan ve anten teorisinde en çok incelenen konular içerisinde yer almaktadır. Mükemmel iletken yapılar, rezistif geometriler, dielektrik tabakalar, reflektör antenler gibi yapıların elektromanyetik analizleri için saçınım problemleri temel oluşturmaktadır [1]. Ayrıca disk, silindirik, küresel, sonsuz düzlemsel, yarı sonsuz, şerit geometrilere ait saçınımlar da literatürde çok sayıda çalışmada incelenmiştir [2]. Bu çalışmalarda Moment Metodu (MM), Sonlu Farklar, Analitik Regülerizasyon metodu, Sonlu elemanlar metodu gibi pek çok teknik kullanılmıştır [3].

Bu çalışmada faydalanılan Moment metodunda, öncelikle problem geometrisi parçalara bölünür. Bilinmeyen dağılımlar, bilinen fonksiyonlar ve bulunması gereken katsayılar cinsinden ifade edilir. Bu fonksiyonlar, problemin tipine göre bölgesel ya da global tipte seçilebilir. Bölgesel fonksiyonlar, sadece belirli bir bölgede tanımlı iken global fonksiyonlar tüm problem geometrisinde tanımlıdır. Elektriksel olarak küçük geometrilere çözüm genellikle bölgesel fonksiyonlar seçilerek bulunmaktadır. Bir sonraki aşamada, integral denklemleri matris denklemlerine dönüştürülür. Böylece, her bir matris elemanı integral ile hesaplanabilir ancak kaynak ve gözlem noktasının çakıştığı elemanların integrallerinin hesaplanmalarında tekillik sorunları meydana gelmektedir. Bu sorunları aşmak adına Nystrom metodu [4] gibi teknikler kullanılır. Lokal düzeltmeler ile tekillikten kaynaklanan sorunlar ortadan kalkarak çözüm bulunur. Bir diğer metod ise Monte Carlo İntegrasyon (MCİ) metodudur. Bu teknikte, problem geometrisi üzerindeki noktalar rastgele üretilerek örneklenir. Her bir matris elemanın hesabındaki integraller artık her bir noktadaki fonksiyon değerlerini cebirsel ortalamasına dönüşür. Bu yaklaşım çok hızlı ve yüksek doğrulukta hesaplamalar sağlar. Tekilliklere sebep olan noktalarda örneklenen noktalardan çıkarılarak, bu sorun ortadan kaldırılır [5].

Monte Carlo İntegrasyon yöntemi ile çok katlı integrallerin hesaplamaları çok kısa sürede yapılabilmektedir. Ayrıca elektriksel olarak büyük anten problemlerinde de kısa sürede yüksek doğrulukla analiz yapma imkanı sağlar. Karmaşık integral hesapları yapılmadan, uygun sayıda rastgele seçilen örnek noktalar kullanılarak sadece toplam ifadeleri ile sonuçların elde edilmesi mümkündür. Bu çalışmada, sonsuz uzunlukta, belirli genişlikteki 5 adet mükemmel iletken şeritin, geliş açısı 0° olan TM polarize düzlem dalga tarafından aydınlatıldığı durum incelenmiştir. Şeritlerin üzerinde indüklenen akım yoğunlukları Moment Metodu ile iki farklı durum için elde edilmiştir. İlk durumda integraller nümerik olarak, diğer durumda ise Monte Carlo Metodu ile hesaplanmıştır. Akım dağılımları pozisyona göre verilmiş, hesaplama süreleri de tabloda belirtilmiştir.

2. Materyal ve Metot

Öncelikle Elektrik Alan İntegral denklemi

$$E^s = 1/(j\omega\epsilon_0\mu_0)[\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) + k^2\vec{A}] \quad (1)$$

Şeklinde tanımlanır. Burada E^s saçınan elektrik alan, A ise vektör potansiyeldir. A vektör potansiyeli ifadesi

$$\vec{A}(\vec{r}) = \mu \int \vec{J}(r')G(r, r')dr' \quad (2)$$

ile verilmiştir. İntegralde yer alan J (akım yoğunluğu) ifadesi bulunması hedeflenen bilinmeyen; G (Green fonksiyonu) ise iki boyutlu açık uzay problemlerinde Hankel fonksiyonuna dönüşür. Akım yoğunluğu, öncelikle

$$J(x') = \sum_{n=1}^M a_n f_n(x') \quad (3)$$

Şeklinde dürtü tipi fonksiyonlar ile seri toplamı şeklinde yazılır. Burada f_n fonksiyonları, her bir şerit üzerinde M adet seçilir. Sınır koşulları kullanılıp iç çarpım işlemlerinin ardından integral denklemi

$$Z_{M \times M} a_{M \times 1} = B_{M \times 1} \quad (4)$$

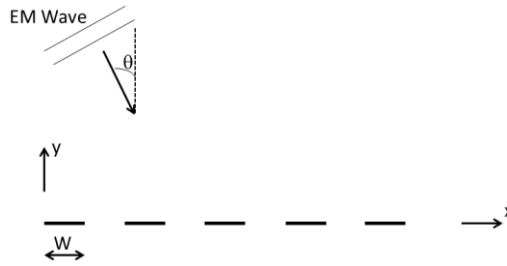
şeklinde matris formuna getirilir. Moment Metodu hesaplamalarında, her bir matris elemanı nümerik integral ile bulunurken; Monte Carlo İntegrasyonunda düzgün örnekleme ile şeritlerin bulunduğu bölge örneklenir. Daha sonra, matris elemanlarının bulunmasında integral hesabı yapılmadan

$$\int_C f(x)dx = \frac{C}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \quad (5)$$

kullanılarak aritmetik averaj alınarak sonuç elde edilir. Bu sayede, çok hızlı ve hassas bir biçimde hesaplamalar yapılır.

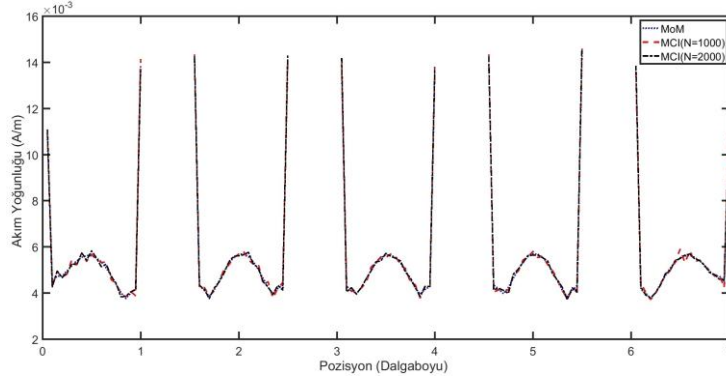
3. Sayısal Sonuçlar

Problem geometrisi Şekil 1'de gösterilmektedir. Burada, TM polarize düzlem dalganın, $\theta=0^\circ$ durumunda her biri $W=\lambda$ genişliğindeki 5 şeriti aydınlatma durumu verilmiştir. Şeritlerin aralarındaki mesafe de λ seçilmiştir.



Şekil 1. Problem Geometrisi

Akım dağılımları elde edilirken, Moment metodu ile matris denklemleri elde edilmiş, ardından nümerik integrasyon ve Monte Carlo Yöntemi ile integral ifadeleri hesaplanmıştır. Hesaplamalarda Windows 8 işletim sistemi ile çalışan Pentium i-5 (2.6 GHz) işlemcisi ve 6 GB RAM değerlerine sahip bilgisayar kullanılmıştır. Akım yoğunluğu grafikleri Şekil 2’de sunulmuştur.



Şekil 2. Akım Yoğunluğu Dağılımı Değişimi

Şekil 2’de verilen akım yoğunluğu dağılımında, MM ile ifade edilen grafik nümerik integrasyon, MCİ ile ifade edilen grafikler de Monte Carlo İntegrasyonu ile bulunmuştur. Geometri ayrıklaştırılırken, (3)’te verilen M değeri λ başına 20 seçilmiştir. MCİ analizlerindeki N=1000 ve N=2000 değeri de her bir $\lambda/20$ bölgesinde örnek sayılarıdır. Burada, N değerlerinin artışı, integralin hesaplanmasındaki hatayı azaltırken hesaplama sürelerini arttıracaktır. Şekilden de görüldüğü üzere, akım dağılımı her üç durumda da birbirine yakın değerlere ulaşmıştır. MCİ (N=2000) kullanılarak yapılan çözümlerde, MM çözümüne çok yakın değerler elde edilmiştir. Bu grafik, teori ile tutarlılık olduğunu ispat etmektedir. N değeri arttırıldığında integral hesaplamalarındaki nümerik hatalar azaltılıp, daha uzun sürede sonuçlar elde edilebilir. Her iki yöntemin hesaplama süreleri de Tablo 1’de gösterilmektedir. Süreler saniye cinsinde verilmiştir. Görüldüğü gibi, MCİ yöntemi ile çok kısa sürede hesaplama işlemi yapılmıştır.

Tablo 1. Hesaplama Sürelerinin Karşılaştırılması

Yöntem	Hesaplama Süresi (s)
MM	69.82
MCİ(N=2000)	22.13
MCİ(N=1000)	12.22

4. Sonuçlar

Çok şeritli geometriden TM saçınım problemi Moment Metodu kullanılarak elde edilmiştir. İntegral denklemi matris denklemine dönüştürülmüş, her bir matris elemanın hesaplanmasındaki integral ifadeleri nümerik ve MCİ yöntemleri ile yapılmıştır. MCİ yöntemi ile çok kısa sürelerde yüksek doğrulukta akım yoğunlukları elde edilmiştir. Elektriksel olarak büyük geometrilere kolayca uygulanabilen bu yöntem ile çok kısa sürelerde nümerik çözümlerin yapılabilmesi mümkündür.

5. Kaynaklar

- [1]. Liu, J., Jin Y., Zengrui L., ve Jiming S., "A well conditioned integral equation for electromagnetic scattering from composite inhomogeneous bianisotropic material and closed perfect electric conductor objects." IET Microwaves, Antennas & Propagation, cilt.15, no.4, s.404-414, 2021.
- [2]. Ullah, Hassan, ve Z. A. Awan. "Scattering of electromagnetic waves from a thin triangular dielectric disk." Optik, no.227, s.165-224, 2021.
- [3]. Nosich, Alexander I., Vladimir B. Yurchenko, ve Ayhan Altintas. "Numerically exact analysis of a two-dimensional variable-resistivity reflector fed by a complex-point source." IEEE Transactions on Antennas and Propagation, cilt.45, no.11, s.1592-1601, 1997.
- [4]. Shapoval, O. V., Sauleau, R., ve Nosich, A. I., "Scattering and absorption of waves by flat material strips analyzed using generalized boundary conditions and Nystrom-type algorithm", IEEE transactions on antennas and propagation, cilt.59, no.9, 3339-3346, 2011
- [5]. Mishra, Mrinal, ve Nisha Gupta. "Singularity treatment for integral equations in electromagnetic scattering using Monte Carlo integration technique." Microwave and Optical Technology Letters, cilt.50, no.6, s.1619-162,2008.