

## Bir İletken Plakanın Polinom Kaos Açılımı ve Karakteristik Mod Teorisi ile Işıma Örüntüsünün Yeniden Oluşturulması

Adem Yılmaz\*#, Hulusi Açıkgöz\*, Alaa El-Rouby#

\* KTO Karatay Üniversitesi,

Elektrik – Elektronik Mühendisliği Bölümü,  
Konya,

adem.yilmaz @karatay.edu.tr, hulusi.acikgoz@karatay.edu.tr

#Ankara Yıldırım Beyazıt Üniversitesi,

Elektrik – Elektronik Mühendisliği Bölümü,  
Ankara,

alaa.elrouby@ybu.edu.tr

**Özet:** Bu çalışmada, mükemmel elektrik iletken bir plaka için Polinom Kaos Açılımı ile bir vekil model oluşturulmuştur. Plaka, dört adet kapasitif bağlama ile uyarılmıştır. Bu kapasitif bağlamaların plaka üzerine yerleştireceği alanı belirlemek için Karakteristik Mod Teorisinden faydalanılarak akım dağılımlarına bakılmıştır. Sonrasında, moment yöntemi ile nümerik çalışmalar gerçekleştirilmiş ve vekil model için gerekli olan veri seti oluşturulmuştur. Nümerik yöntem ve vekil model sonucunda ortaya çıkan ışına örüntüleri karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma sonucunda, oluşturulan vekil model'in karmaşık nümerik model yerine kullanılabilceği ve böylelikle hem hesaplama zamanından tasarruf edilebilmesi hem de hesaplama kaynakları üzerine düşen yükün hafifletilmesi amaçlanmıştır.

**Abstract:** A surrogate model for a perfect electric conductor plate is built by using the polynomial chaos expansion method. The plate is excited via four capacitive coupling elements for which the locations are determined by the analysis of the current distribution for each mode provided by the theory of characteristic mode. A numerical model based on the method of moments is then created to generate a database needed to build the surrogate model. Radiation patterns calculated by the surrogate model are compared with those given by the numerical model. The results show that the surrogate model can mimic the numerical model and it can be used to replace complex numerical models to save in computation time and to alleviate the burden on the computation resources.

### 1. Giriş

Karmaşık anten platform yapılarında herhangi bir uyarım olmadan yapının saçılım ve ışınım özelliklerini ortaya çıkarmasından dolayı Karakteristik Mod Teorisi (KMT) anten tasarımlarında sıkça kullanılmaktadır [1] – [2]. Karmaşık platform anten tasarımında, iletken plakanın kendisi ana ışınıcı durumundayken plakanın üzerinde uyarılması istenen gerçek akım modları ( $J_n$ ) olan karakteristik mod'lar (KM) ise plakaya bağlanan portlar sayesinde sağlanır. KM'lar plakada indüktif bağlama elemanı (inductive coupling element, ICE) veya kapasitif bağlama elemanı (capacitive coupling element, CCE) portları ile uyarılabilir [3]. Bağlama eleman tipi ve bağlanma yeri KMT ile karar verildikten sonra, yapıda oluşan toplam ışına uyarım bağlantısının özelliklerine (her bir portun fazı, genliği gibi) bağlı olarak değişebilir. Bununla birlikte, istenilen ışına örüntüsünü elde edebilmek için kaç tane port kullanılması gerektiğine ya da portların faz değerlerinin kaç derece olması gerektiğine karar vermek için birçok nümerik hesaplama yapmak gerekir. Bu durum ise platformların karmaşık olduğu durumlarda ciddi bir zaman kaybına yol açmaktadır. Bu problemin üstesinden gelmek için karmaşık anten platform tasarımında vekil modeller kullanılabilir.

Bu çalışmada önerilen PKA vekil modeline alternatif olarak daha yaygın bir şekilde kullanılan Monte Carlo simülasyonları giriş parametrelerin rasgele seçimine ve her bir seçimin oluşturduğu çıkış cevabına bağlıdır. Fakat, istatistiksel anlamda Monte Carlo simülasyonları ile yüksek sayılarda giriş örnekleme yapmak, dolayısıyla yüksek sayıda nümerik simülasyon yapmak gerekmektedir. İncelenen yapının karmaşık olduğu durumlarda bu yöntem uzun zaman gerektirir. Diğer yandan, polinom kaos açılımı (PKA) yöntemi ile karmaşık yapıların vekil modelini oluşturmak için çok daha az örnek sayısına ihtiyaç duyulması bu tekniğin mühendisliğin farklı alanlarında sıkça uygulanmasını sağlamaktadır [4] - [5].

Bu çalışmada, dört kapasitif bağlama elemanı kullanılarak bir mükemmel elektrik iletken plakanın vekil modeli PKA yöntemi ile oluşturulmuştur. Bağlama elemanlarının plaka üzerinde yerleştirilmesi gereken alana KMT yardımıyla karar verilmiştir. Vekil modelin nümerik modele ne kadar benzediğini incelemek için de bir hata analiz çalışması yapılmıştır.

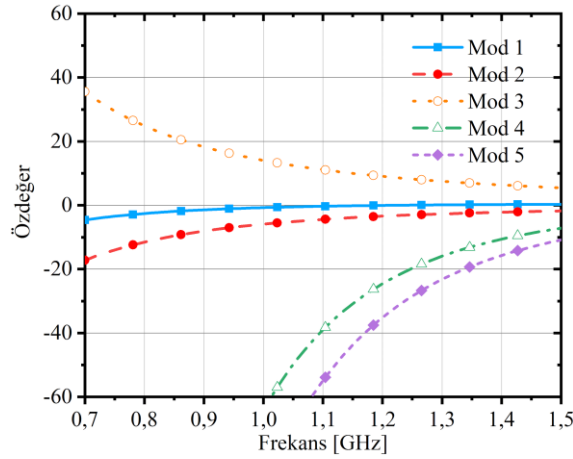
## 2. Karakteristik Mod Teorisi

Boyutları 110 x 60 mm olan bir iletken plaka üzerinde herhangi bir uyarım olmadan, 0.7 – 1.5 GHz frekans aralığında Karakteristik Mod Analizi (KMA) yapılarak karakteristik modlar elde edilmiştir. Plakanın üzerinde elde edilecek toplam akım dağılımı ( $J_{top}$ ) her bir dikey (orthogonal) akım modlarının ( $J_n$ ) toplamına eşittir:

$$J_{top} = \sum_n \alpha_n J_n \quad (1)$$

Formül 1’de  $\alpha_n$  ağırlıklandırma katsayısı olarak isimlendirilirken her bir akım modunun istenilen ışımaya ne kadar katkı yaptığını ifade eder. Akım modları olan  $J_n$  yapıdaki doğal akım dağılımları olup herhangi bir uyarım olmaksızın elde edilir. Öte yandan, ağırlıklandırma katsayıları uyarımın şekline doğrudan bağlıdır. Bundan dolayı, plaka üzerinde elde edilmek istenen toplam akım dağılımı farklı modların ağırlıklandırılması ile mümkün olmaktadır [3].

KMA özneliklerinden olan özdeğer (eigenvalue) sonuçlarının ilk beş modu ele alınan yapı için şekil 1’de görülmektedir. Özdeğer kavramı reaktif güç ile ilintilidir. Şöyle ki, eğer bir modun özdeğeri sıfır’ın altında ise bu mod kapasitif olurken özdeğer sıfır’ın üzerinde bir değere sahipse bu mod indüktif olmaktadır. Öte yandan, sıfır özdeğere sahip bir mod için reaktif güce sahip olmadığı, dolayısıyla ışıma gücüne katkı sağladığı anlaşılmalıdır. Şekil 1’de görüldüğü üzere, ele alınan plakanın iki modu (mod 4 ve mod 5) kapasitif mod iken mod 3 indüktif moddur. Diğer taraftan, sıfır özdeğere en yakın modlar olan mod 1 ve mod 2 toplam ışıma gücüne en çok katkı yapan modlar olduğundan bu iki modun uyarılması bu çalışmada amaçlanmıştır.



Şekil 1. Frekansa göre özdeğerler

## 3. Polinom Kaos Açılımı

Hesaplaması birçok yönden zahmetli olan sayısal modellerin yerine daha zahmetsiz hesaplama modeli olan vekil modellerin oluşturulmasında PKA yöntemi sıklıkla kullanılmaktadır. PKA’da, sistemin cevabı ( $Y$ ) bağımsız giriş parametreleri ( $X$ ) ile hesaplanırken vekil model için polinom açılımı aşağıdaki formülle verilir [4]:

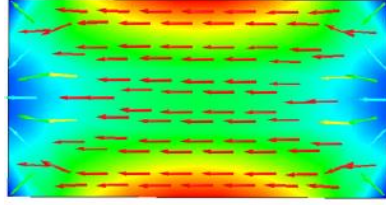
$$Y = \sum_{\alpha \in N^m} y_{\alpha} \Psi_{\alpha}(X) \quad (2)$$

Formül 2’de  $\Psi_{\alpha}(X)$  çok değişkenli polinom iken,  $\alpha$  çok değişkenli polinomun elemanlarını belirleyen çoklu indekslerdir.  $y_{\alpha}$  ise hesaplanması gereken bilinmeyen katsayılarıdır. En küçük kareler yöntemi (least-square minimization) bu katsayıları hesaplamak için kullanılan müdahalesiz (nümerik modelde herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmaksızın) bir yöntemdir. Fakat gerçek uygulamalarda, formül 2’de belirtilen sonsuz toplam, bir yerde kesilerek sonlu toplama dönüştürülmesi gerekir. En küçük açısız regresyon (Least angle regression, LARS) algoritması bu kesilme için tercih edilen yöntemlerden biridir. En küçük kareler yönteminde temel amaç nümerik model ile vekil model arasındaki ortalama karesel hatayı (mean square error) minimuma indirmektir. Ayrıca, polinom modeli çok karmaşıksa aşırı uyma (overfitting) gibi problemler ortaya çıkabilmektedir. Bu problemin çözümü için ise, çapraz geçerlilik (leave-one-out cross validation) tekniği uygulanmaktadır [6] – [7].

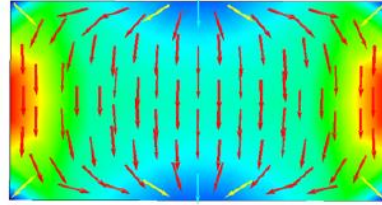
## 4. Uygulama ve Sonuçlar

Uyarılmak istenen KM’ların (mod 1 ve mod 2) akım dağılımları şekil 2’de verilmiştir. Bu şekilde, minimum akım dağılımının mod 1 için plakanın kısa kenarlarında yoğunlaştığı, mod 2 içinse plakanın uzun kenarlarında yoğunlaştığı görülmektedir. Bu modları uyarabilmek için akım yoğunluğunun minimum olduğu alana yerleştirilmesi gereken dört CCE (port), plakanın her kenarının ortasında olacak şekilde yerleştirilmiştir. CCE’ler

5 mm kenar uzunluğuna sahip kare plaka olarak iletken plakanın 6 mm yüksekine yerleştirilmiştir. Portların uyarım şekli için her bir portun genliği 1 V olarak sabitlenirken faz açıları 0 -180 derece arasında rastgele değiştirilmiştir. Fazların değişim sayısı, yani örnekleme sayısı, 150 olarak alınmıştır. Böylelikle her bir port faz açısı ile nümerik kazanç elde edilmiş ve şekil 3(a)'da yükseklik açısına (elevation angle) karşı verilmiştir.

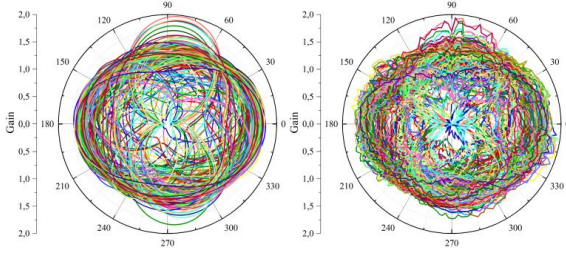


(a) Mod 1

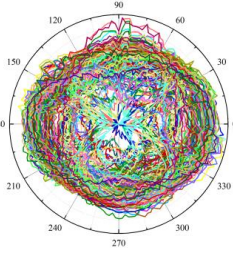


(b) Mod 2

Şekil 2. Her mod için akım dağılımları

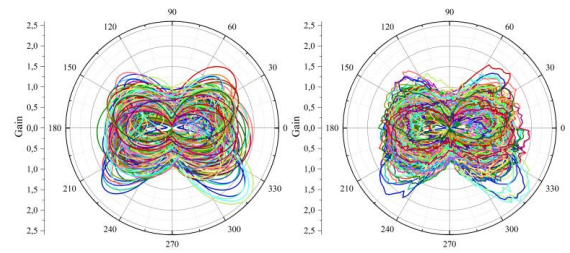


(a) Nümerik model sonuçları

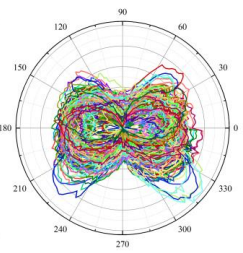


(b) Vekil model sonuçları

Şekil 3. Yükseklik açısına ( $\theta$ ) göre kazanç.



(a) Nümerik model sonuçları

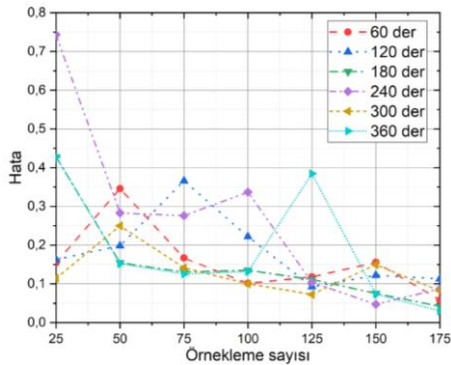


(b) Vekil model sonuçları

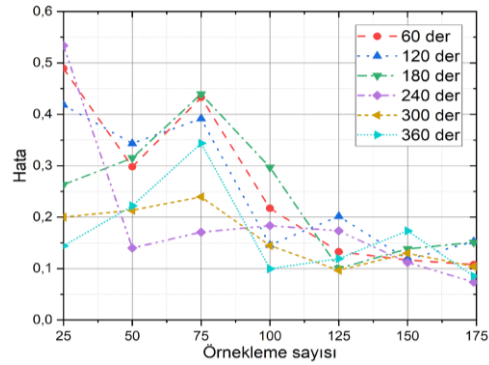
Şekil 4. Azimut açısına ( $\phi$ ) göre kazanç

Bu şekilde, ışına yönlerine bakıldığında, maksimum yönlerin bir çok açı için verilen giriş faz açısı örnekleme ile sağlanabildiği görülebilir. Aynı sonuçlar, nümerik kazancın azimut açısına (azimuth angle) karşı olduğu durumda da elde edilebilir (şekil 4(a)). Sonrasında, nümerik modelde farklı faz açılarının örnekleme (giriş) ile elde edilen sonuçlar (çıkış), bir veri seti halinde PKA'ya aktarılarak vekil model oluşturulmuştur. PKA çıkışının (kazanç) yükseklik açısına karşı elde edilen sonuçlar şekil 3(b)'de görülmektedir. Nümerik model ve vekil model sonuçları karşılaştırıldığında, PKA ile elde edilen ışına örüntüsünün nümerik model ile elde edilene benzediği görülebilir. Aynı sonuçlar, PKA çıkışının (kazanç) azimut açısına karşı elde edilen sonuçlarda da görülebilir (şekil 4(b)).

Yeterli sayıda örnekleme yapıldığından emin olmak için bir hata analiz çalışması yapılmıştır. Bu hata analizinde, örnekleme sayısı 25'ten başlayarak 175'e kadar çıkarılmış ve her örnekleme sayısı için vekil model oluşturulup, nümerik model ile vekil model arasındaki hata hesaplanmıştır. Şekil 5'te verilen hata analiz çalışmaları sonuçlarından görüldüğü üzere hem yükseklik açısı için hem de azimut açısı için farklı açılardan bakıldığında, hata oranının 150 örnekleme sayısında sabitleşmeye başladığı görülmektedir. Bu sebeple, bu yapı için 150 örnekleme sayısı seçilmiştir. Seçilen örnekleme sayısı ile oluşturulan vekil model ve nümerik model arasındaki hata, her yükseklik ve azimut açıları şekil 6'da verilmiştir. Bu şekilde hatanın kabul edilebilir seviyede olduğu söylenebilir. Fazla örnekleme sayısı ile çalışmak vekil modelde karmaşıklığı arttıracak ve böylece hesaplama süresi artacağı da göz önünde bulundurulmalıdır.

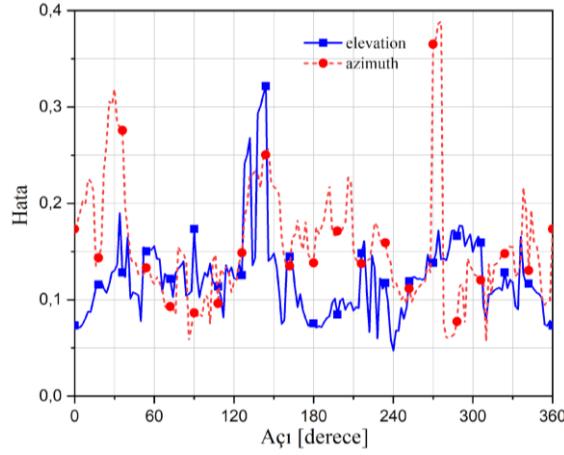


(a)



(b)

Şekil 5. Örnekleme sayısına göre hata (a) yükseklik açısı ( $\theta$ ), (b) azimut açısı ( $\phi$ ).



Şekil 6. Bütün açılar için hata.

## 5. Sonuç

Bu çalışmada, dört CCE porta sahip bir iletken plaka için PKA yöntemi kullanılarak bir vekil model oluşturulmuştur. Plaka üzerindeki istenilen toplam akım dağılımı için farklı modların seçilmesi KMA ile yapılmış ve böylelikle portların konumlandırılacağı yere karar verilmiştir. Vekil modelin ilerleyen çalışmalarda nümerik model yerine kullanılabilmesi gösterilmiştir. Farklı karmaşık anten platform tasarımları da PKA ile modellenip analiz edilebilir. Böylece nümerik yöntemle göre daha az zaman sarf edilmiş olacaktır.

## Kaynaklar

- [1]. Garbacz R. J. ve Turpin R., "A generalized expansion for radiated and scattered fields," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, cilt 19, no. 3, s. 348-358, 1971.
- [2]. Harrington R.F. ve Mautz J.R., "Theory of characteristic modes for conducting bodies," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, cilt. 19, no. 5, s. 622-628, 1971.
- [3]. Martens R. ve Manteuffel D., "Systematic design method of a mobile multiple antenna system using the theory of characteristic modes," *IET Microw. Antennas Propag.*, cilt. 8, no. 12, s. 887-893, 2013.
- [4]. Sudret B., "Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions," *Reliability Engineering and System Safety*, 93, s. 964-979, 2007.
- [5]. Acikgoz H. ve Mittra R., "Stochastic Polynomial Chaos Expansion Analysis of a Split-Ring Resonator at Terahertz Frequencies," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, cilt. 66, no. 4, s. 2131-2134, 2018.
- [6]. Blatman G. ve Sudret B., "Adaptive sparse polynomial chaos expansion based on least angle regression," *Journal of Computational Physics.*, cilt. 230, no. 6, s. 2345-2367, 2011.
- [7] Acikgoz H., Arya R.K., Wiart J. ve Mittra R., "Developments in Antenna Analysis and Design: cilt 2, 1. basım, s.264-271, Londra: Scitech, 2018.